

I Pracownia Fizyczna WFAIS UJ

Badanie zjawiska dyfrakcji i interferencji światła laserowego (O18)

I. Wprowadzenie – podstawowe definicje

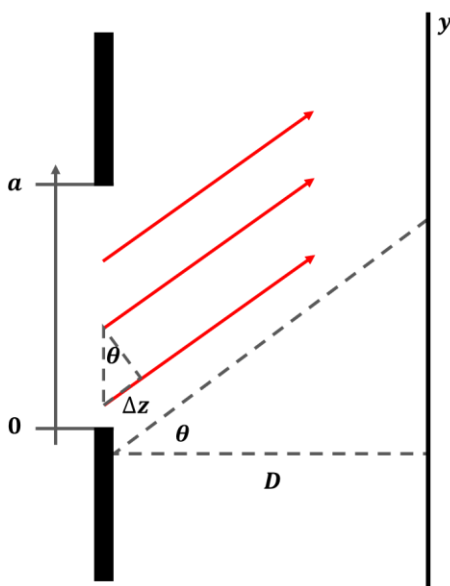
Interferencja – zjawisko nakładania się fal, które obserwowane jest jako wzmocnienie lub osłabienie amplitudy pola elektrycznego. Powiązane jest z różnicą faz (dróg optycznych) fal. Może przejawiać się przestrzenną redystrybucją energii (natężenia światła) poprzez tworzenie tzw. prążków interferencyjnych

Dyfrakcja – ugięcie fali na przeszkodzie lub otworze (aperturze). Jej efekt obserwowany jest poprzez tworzenie tak zwanego wzoru dyfrakcyjnego.

Zasada Huygensa – określa sposób rozchodzenia się fali w ośrodku. Każdy punkt ośrodka, do którego dotrze front falowy staje się źródłem nowej elementarnej fali kulistej, których amplitudy nakładają się tworząc wypadkowy front falowy.

Zasada superpozycji – amplitudy pola elektrycznego fal elektromagnetycznych można do siebie dodawać, tworząc wypadkową falę.

1. Dyfrakcja na pojedynczej szczelinie



Rysunek 1. Schemat procesu dyfrakcji fali płaskiej przechodzącej przez pojedynczą szczelinę.

W pierwszej kolejności rozpatrzmy pojedynczą szczelinę o szerokości a , na którą kierujemy wiązkę światła (laser). W momencie dotarcia do szczeliny frontu falowego każdy punkt przestrzeni w obrębie szczeliny staje się źródłem nowej elementarnej fali kulistej (zasada Huygensa).

W dużej odległości od szczeliny (dużo większej niż jej szerokość), czyli w tak zwanym polu dalekim (ang. *far field*) umieszczamy ekran. Rozważmy amplitudę pola elektrycznego w danym obszarze ekranu E . W polu dalekim fale kuliste tworzone przez przestrzeń w obrębie szczeliny można traktować z dobrym przybliżeniem ja fale płaskie o stałej amplitudzie. Zgodnie z zasadą superpozycji pole wypadkowej fali będzie przyjmowało postać:

$$E(x, t) = \sum_{n=0}^N A e^{-i\omega t} e^{ik(z+n\Delta z)}$$

W danym punkcie przestrzeni poszczególne fale składowe będą miały różną fazę związaną z różnymi przebytymi drogami optycznymi.

W przypadku rozciąglej szczeliny dyskretną sumę zastępujemy całką:

$$E(x, t) = A e^{i(kz - \omega t)} \int_0^a e^{ikx \sin \theta} \frac{dx}{a} \propto \frac{\sin\left(\frac{1}{2} ka \sin \theta\right)}{\frac{1}{2} ka \sin \theta}$$

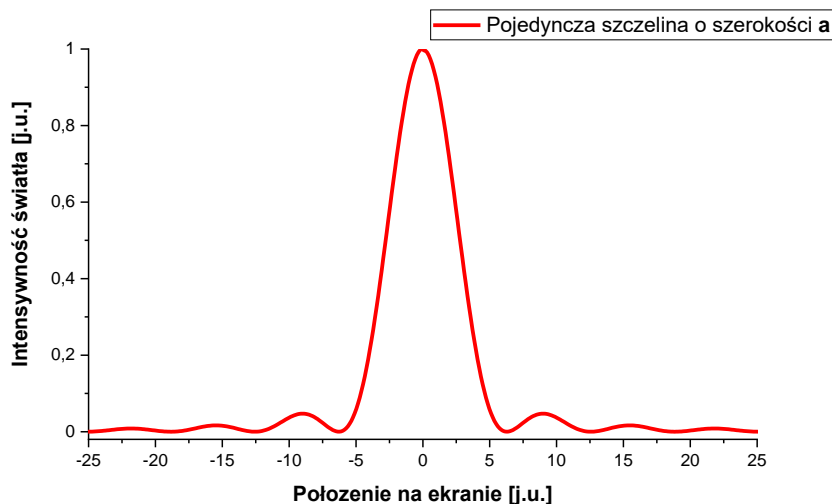
Widać że rozkład pola elektrycznego będzie zmodulowany w przestrzeni. Na ekranie obserwować będziemy natężenie światła, będące kwadratem amplitudy pola elektrycznego:

$$I = I_{max} \left(\frac{\sin\left(\frac{1}{2} ka \sin \theta\right)}{\frac{1}{2} ka \sin \theta} \right)^2 = I_{max} \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} a \sin \theta\right)}{\frac{\pi}{\lambda} a \sin \theta} \right)^2$$

Dodatkowo w polu dalekim ($D \gg d$) możemy przyjąć przybliżenie $\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{y}{D}$, które pozwala nam wyrazić natężenie w funkcji położenia na ekranie:

$$I = I_{max} \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda D} y\right)}{\frac{\pi a}{\lambda D} y} \right)^2$$

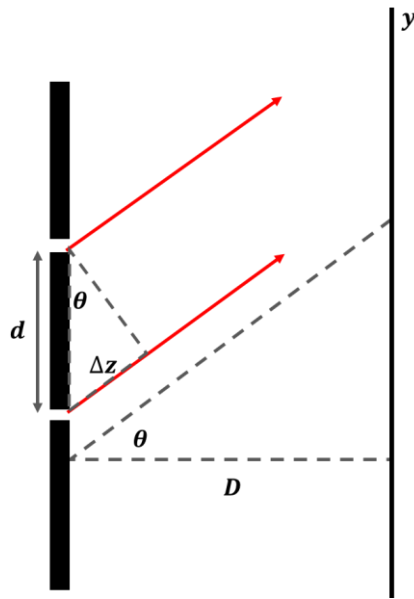
Rozkład natężenia przedstawiono dodatkowo na rysunku 2.



Rysunek 2. Wzór dyfrakcyjny dla pojedynczej szczeliny o skończonej szerokości.

2. Interferencja dwóch fal harmonicznycch – eksperyment Younga (dwie nieskończenie wąskie szczeliny)

Jako drugi przykład rozpatrzmy dwie nieskończenie wąskie (punktowe) szczeliny przez które przechodzi światło. W tym wypadku mamy do czynienia wyłącznie z dwoma falami kulistymi stworzonymi po dotarciu frontu falowego do układu szczelin.



Rysunek 3. Schemat eksperymentu Younga. Przypadek "czystej" interferencji.

Wypadkowe pole elektryczne można wyrazić:

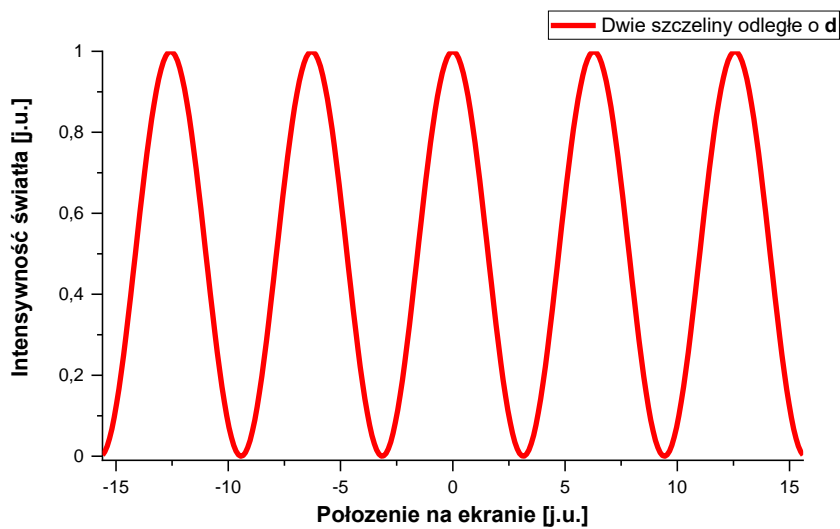
$$E(x, t) = Ae^{-i\omega t} e^{ikz} + Ae^{-i\omega t} e^{ik(z+\Delta z)} = 2Ae^{-i\omega t} e^{ik\left(z+\frac{\Delta z}{2}\right)} \cos\left(\frac{1}{2}kd \sin \theta\right)$$

A obserwowany na ekranie rozkład natężenia:

$$I = I_{max} \cos^2\left(\frac{1}{2}kd \sin \theta\right)$$

Po wcześniejszych założeniach można napisać:

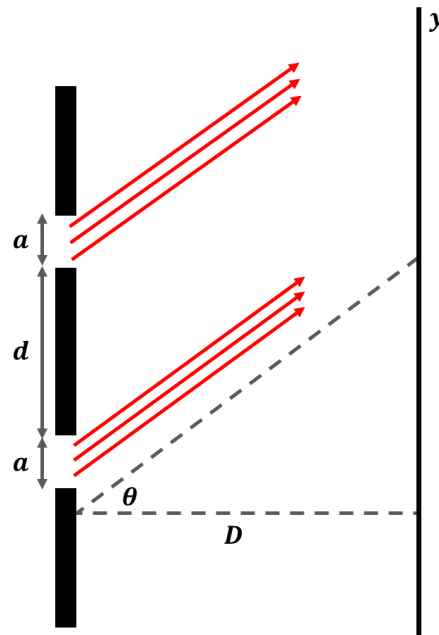
$$I = I_{max} \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda D} y\right)$$



Rysunek 4. Wzór interferencyjny dwóch fal płaskich.

3. Dyfrakcja na dwóch szczelinach o skończonych rozmiarach

Teraz rozważmy dwie szczeliny o szerokości a odległe od siebie o d . Jest to niejako złożenie w jeden dwóch poprzednich przypadków.



Rysunek 5. Dyfrakcja fali płaskiej na dwóch szczelinach

Wypadkowa fala będzie miała postać:

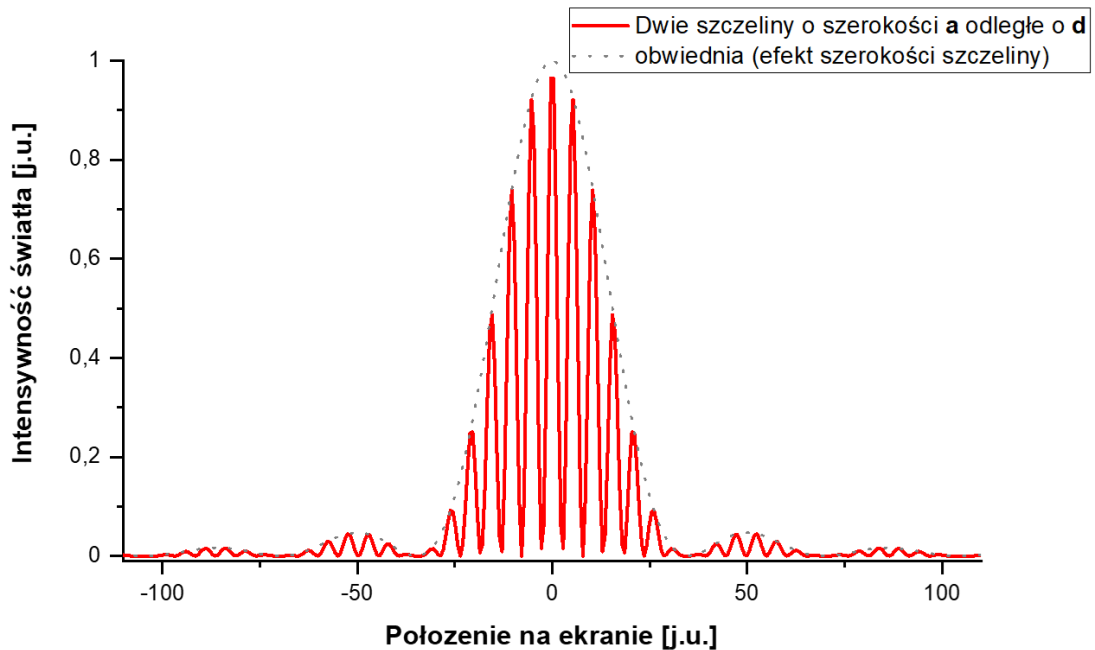
$$E(x, t) = \int_0^a dE_1 + \int_0^a dE_2 \propto \cos\left(\frac{1}{2}kd \sin \theta\right) \frac{\sin\left(\frac{1}{2}ka \sin \theta\right)}{\frac{1}{2}ka \sin \theta}$$

Z tego otrzymujemy natężenie światła:

$$I = I_{max} \cos^2\left(\frac{1}{2}kd \sin \theta\right) \left(\frac{\sin\left(\frac{1}{2}ka \sin \theta\right)}{\frac{1}{2}ka \sin \theta}\right)^2$$

Można zaobserwować, że zasadniczo otrzymaliśmy tą samą zależność co dla punktowych szczelin, jednak dodatkowo zmodulowaną przez funkcję $\sin(x)/x$, będącą efektem szerokości szczeliny. Tak jak wcześniej można napisać:

$$I = I_{max} \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda D} y\right) \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda D} y\right)}{\frac{\pi a}{\lambda D} y}\right)^2$$



Rysunek 6. Wzór dyfrakcyjny dla dwóch szczelin o skończonej szerokości. Modulacja natężenia spowodowana jest skończoną szerokością szczeliny.

4. Dyfrakcja na N szczelinach – przypadek ogólny

Na końcu rozważmy dowolnie dużą liczbę (N) szczelin. W pierwszej kolejności założmy że są nieskończenie wąskie. Wypadkowe pole elektryczne będzie miało postać:

$$E(x, t) = E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_N$$

Dla fal płaskich można dokładnie określić postać takiego wyrażenia i z niego wyznaczyć natężenie światła:

$$I = I_{max} \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi N d}{\lambda D} y\right)}{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda D} y\right)} \right)^2$$

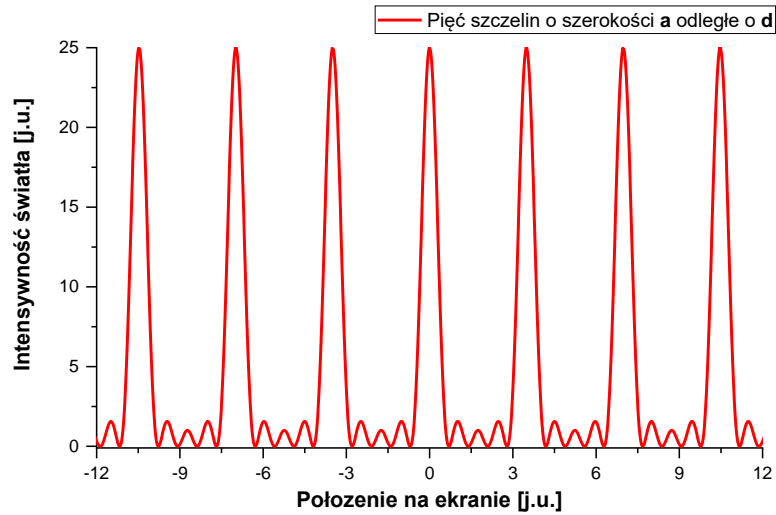
W przypadku gdy trzeba uwzględnić rozmiary szczeliny (dla uproszczenia zakładamy identyczne szczeliny) pole od wypadkowej fali będzie miało postać:

$$E(x, t) = \int_0^a dE_1 + \int_0^a dE_2 + \int_0^a dE_3 + \dots + \int_0^a dE_N$$

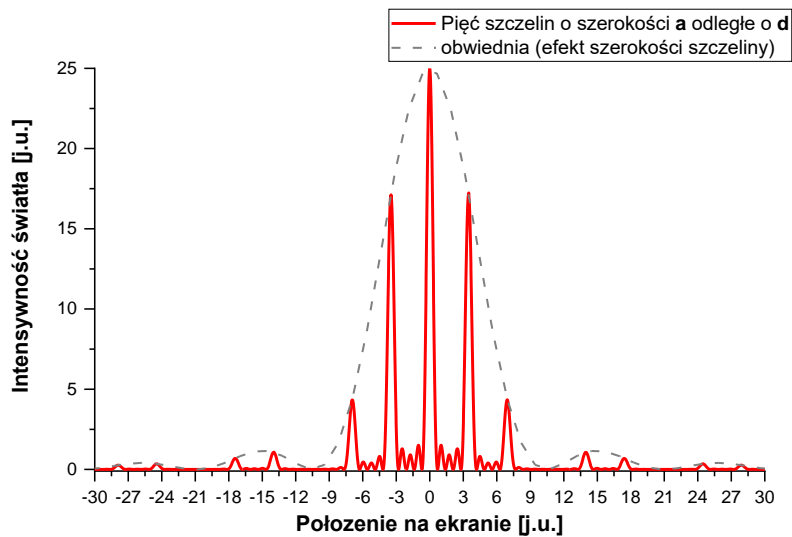
A natężenie światła określać będzie wzór:

$$I = I_{max} \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi N d}{\lambda D} y\right)}{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda D} y\right)} \right)^2 \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda D} y\right)}{\frac{\pi a}{\lambda D} y} \right)^2$$

Wzór ten ma charakter ogólny i dla $N=1$ oraz $N=2$, bądź też $a \rightarrow 0$ redukuje się do jednej z wcześniejszych postaci.



Rysunek 7. Rozkład natężenia światła dla 5 punktowych szczelin.

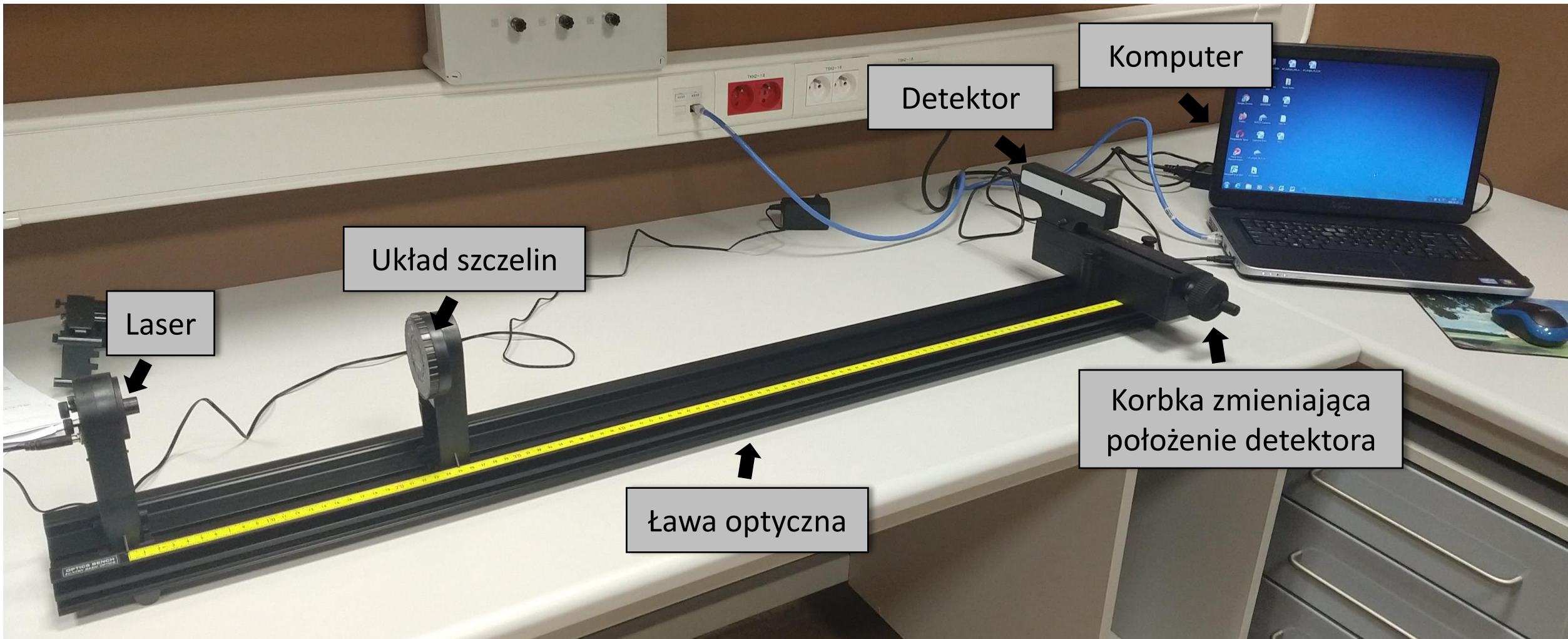


Rysunek 8. Rozkład natężenia światła dla 5 szczelin o szerokości a .

II. Przebieg ćwiczenia

- 1) Zaobserwowanie dyfrakcji na **pojedynczej szczelinie** dla kilku wybranych szerokości (zalecane 0.04 i 0.08 mm).
- 2) Zaobserwowanie dyfrakcji na **dwóch szczelinach** dla wszystkich zestawów szczelin.
- 3) Zaobserwowanie dyfrakcji dla **wielu szczelin** (np. 4 i 5). Zaobserwować zmiany w liczbie maksimów pobocznych.
- 4) Do własnej obserwacji: **układy szczelin 2D**.

Układ eksperymentalny



Układ dwóch szczelin o szerokości a (0.04 lub 0.08 mm) i odległości między nimi d (0.25 lub 0.50 mm)

Pojedyncze szczeliny o różnych szerokościach a (0.02, 0.04, 0.08 i 0.16 mm)



Układ N szczelin (2-5) o szerokości a (0.04 mm) i odległości między nimi d (0.125 mm)

Dwuwymiarowe układy szczelin

Przebieg eksperymentu – uruchamianie programu *Pasco Capstone*

The screenshot displays the Pasco Capstone software interface. The main window shows a grid of experiment options: Manual Entry, Sensor Data, Graph Equation, Remote Logging, Video Analysis, and Classic Templates. The 'Sensor Data' option is circled in red, and a red arrow points to it from a text box on the right. The text box contains the instruction: "Po uruchomieniu programu *Pasco Capstone* wybrać opcję *Sensor Data*". Below the grid are 'Open' and 'Help' buttons. At the bottom, there is a 'Controls' panel with a 'Record' button, a timer set to '00:00,00', and a sensor selection dropdown set to 'Diffraction Intensity Sensor' at '20.00 Hz'. The Windows taskbar at the bottom shows the time as 13:05 on 2021-11-17.

Po uruchomieniu programu *Pasco Capstone* wybrać opcję *Sensor Data*

Przebieg eksperymentu – przygotowanie do pomiaru

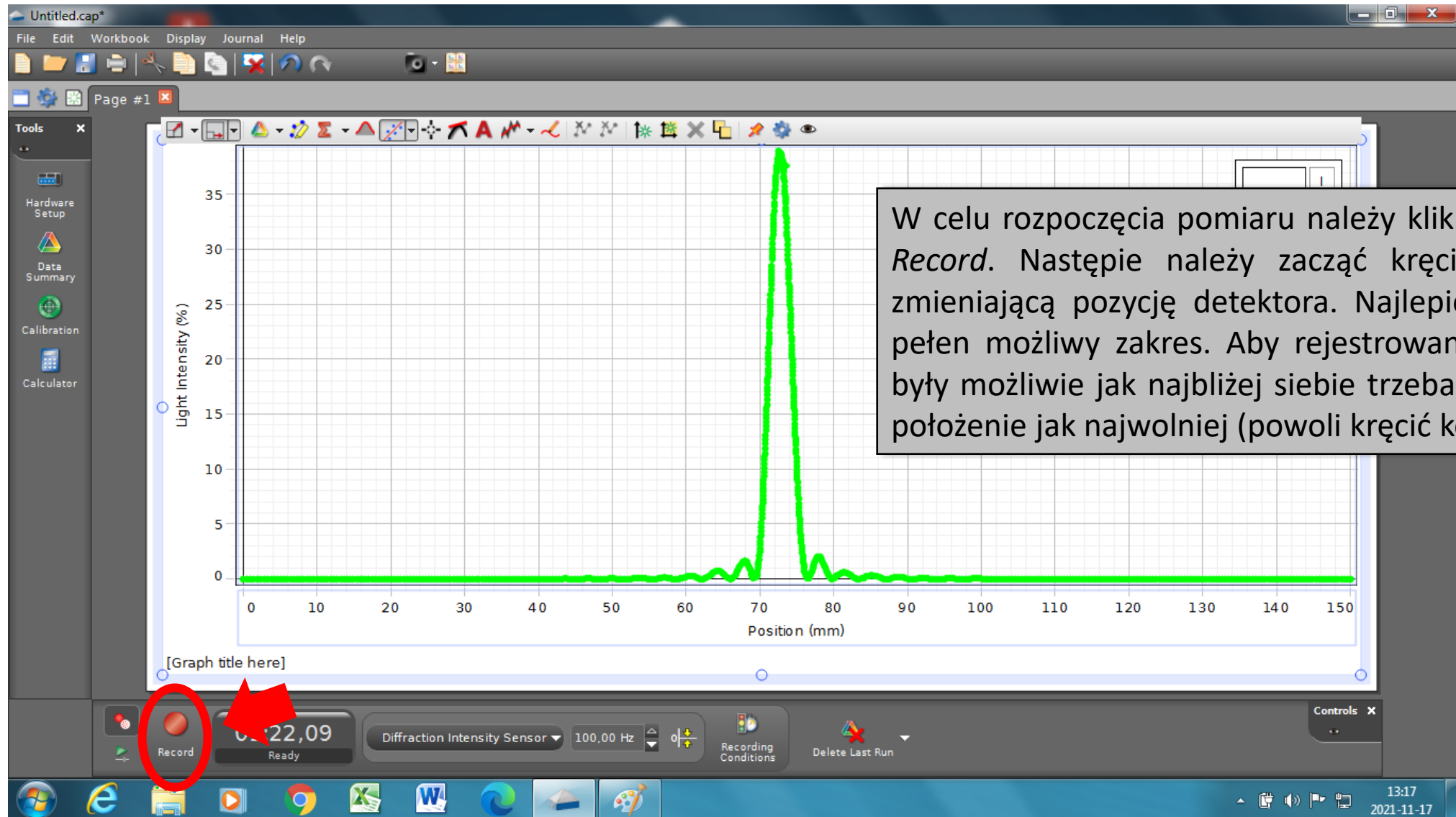
Na osiach ustalić docelowo obserwowane parametry:

- Oś Y – *Light intensity (%)*
- Oś X – *Position (mm)*

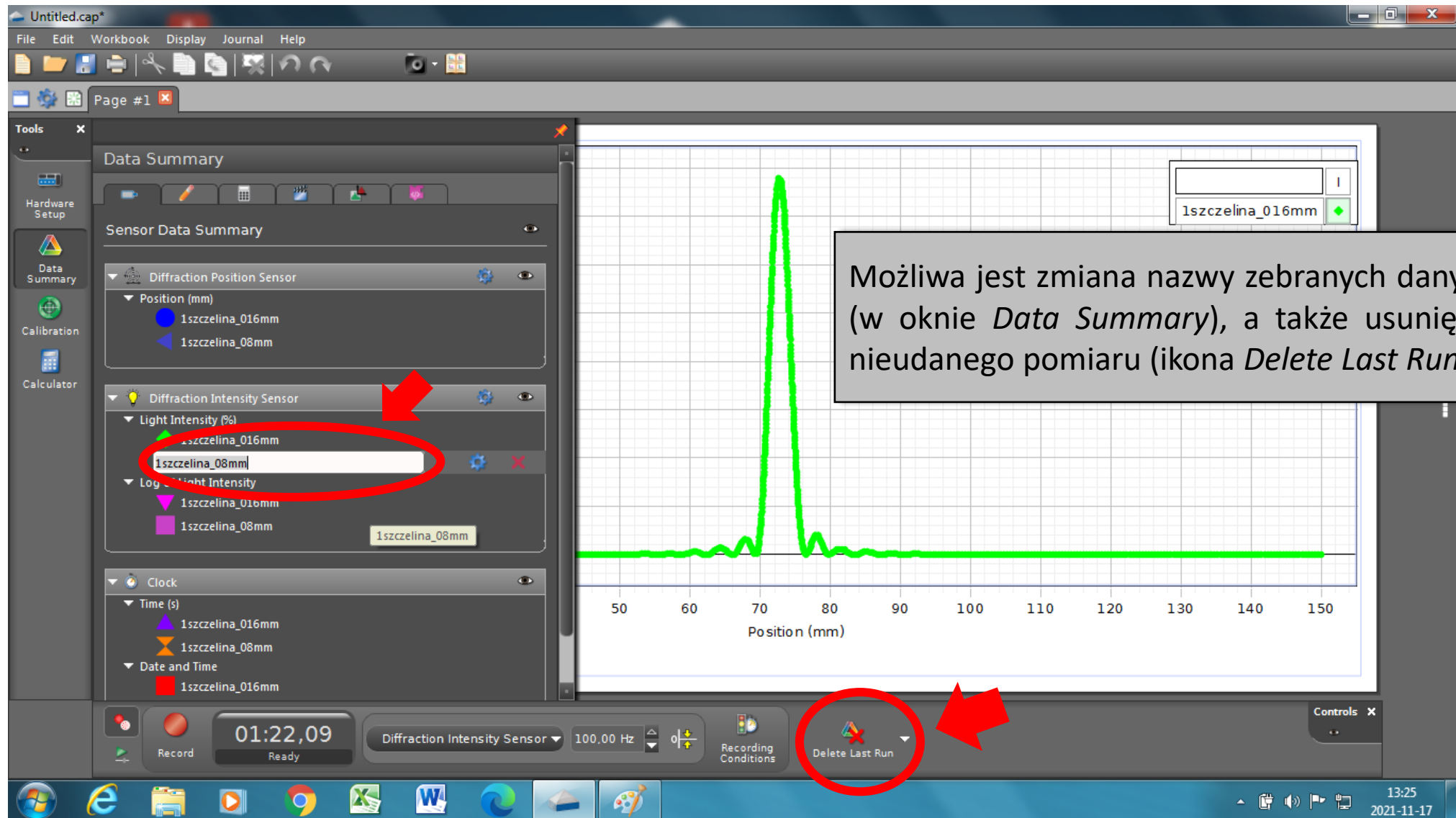
Dodatkowo ustalić częstotliwość próbkowania na 100 Hz (maksymalna możliwa)

The screenshot shows a software window titled 'Untitled.cap*' with a menu bar (File, Edit, Workbook, Display, Journal, Help) and a toolbar. A 'Tools' sidebar on the left includes Hardware Setup, Data Summary, Calibration, and Calculator. The main area is a graph with a grid. The y-axis is labeled 'Light Intensity (%)' and the x-axis is labeled 'Position (mm)'. A context menu is open over the graph, listing options: Add Similar Measurement, QuickCalc, Diffraction Position Sensor (Position (mm)), Diffraction Intensity Sensor (Light Intensity (%), Log of Light Intensity), Equations/Constants (Constants), Time (Time (s), Date and Time), and Index (Index). The 'Diffraction Intensity Sensor' option is selected, and its control panel at the bottom shows a frequency of '20.00 Hz'. A text box in the upper right of the graph area provides instructions on axis labels and sampling frequency. Red arrows and circles highlight the axis labels, the context menu, and the frequency control.

Przebieg eksperymentu – pomiar



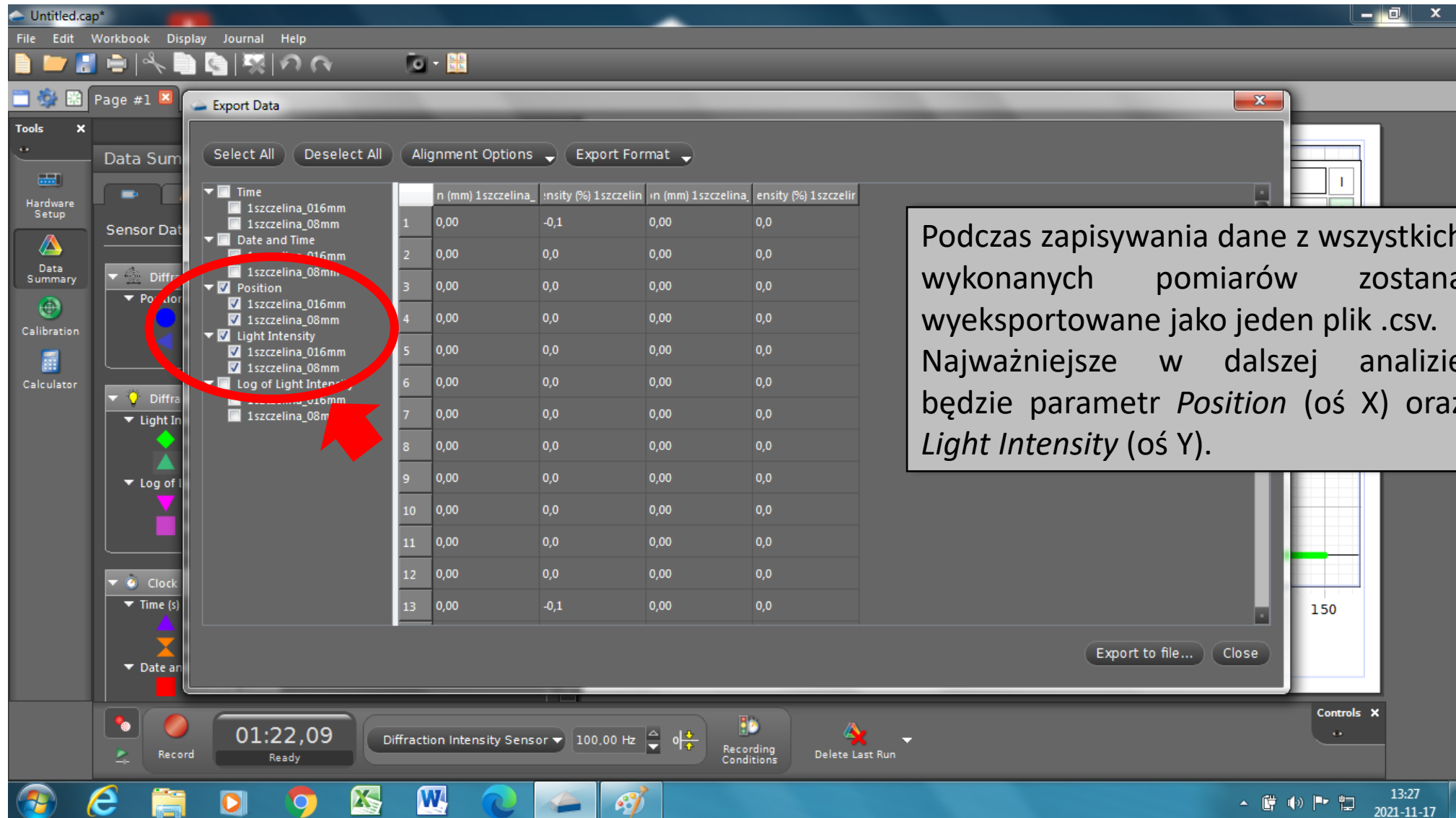
Przebieg eksperymentu – pomiar (c.d.)



Przebieg eksperymentu – zapisywanie danych pomiarowych

The screenshot displays a software window titled "Untitled.cap*" with a menu bar (File, Edit, Workbook, Display, Journal, Help) and a toolbar. The "File" menu is open, and the "Export Data..." option is circled in red with a red arrow pointing to it. The main area shows a graph of "Light Intensity (%)" versus "Position (mm)". The graph displays a single sharp peak at approximately 72 mm. A text box on the graph reads: "Aby zapisać dane wybierz: File -> Export Data". The left sidebar contains a "Diffraction Intensity Sensor" panel with a list of sensors: "Light Intensity (%)" (1szczelina_016mm, 1szczelina_08mm) and "Log of Light Intensity" (1szczelina_016mm, 1szczelina_08mm). The bottom status bar shows a "Record" button, a timer at "01:22,09", and a "Diffraction Intensity Sensor" set to "100,00 Hz". The Windows taskbar at the bottom shows the time "13:25" and date "2021-11-17".

Przebieg eksperymentu – zapisywanie danych pomiarowych (c.d.)



Podczas zapisywania dane z wszystkich wykonanych pomiarów zostaną wyeksportowane jako jeden plik .csv. Najważniejsze w dalszej analizie będzie parametr *Position* (oś X) oraz *Light Intensity* (oś Y).

	n (mm) 1szczelina	Intensity (%) 1szczelina	n (mm) 1szczelina	Intensity (%) 1szczelina
1	0,00	-0,1	0,00	0,0
2	0,00	0,0	0,00	0,0
3	0,00	0,0	0,00	0,0
4	0,00	0,0	0,00	0,0
5	0,00	0,0	0,00	0,0
6	0,00	0,0	0,00	0,0
7	0,00	0,0	0,00	0,0
8	0,00	0,0	0,00	0,0
9	0,00	0,0	0,00	0,0
10	0,00	0,0	0,00	0,0
11	0,00	0,0	0,00	0,0
12	0,00	0,0	0,00	0,0
13	0,00	-0,1	0,00	0,0

III. Analiza wyników

1. Dyfrakcja na pojedynczej szczelinie

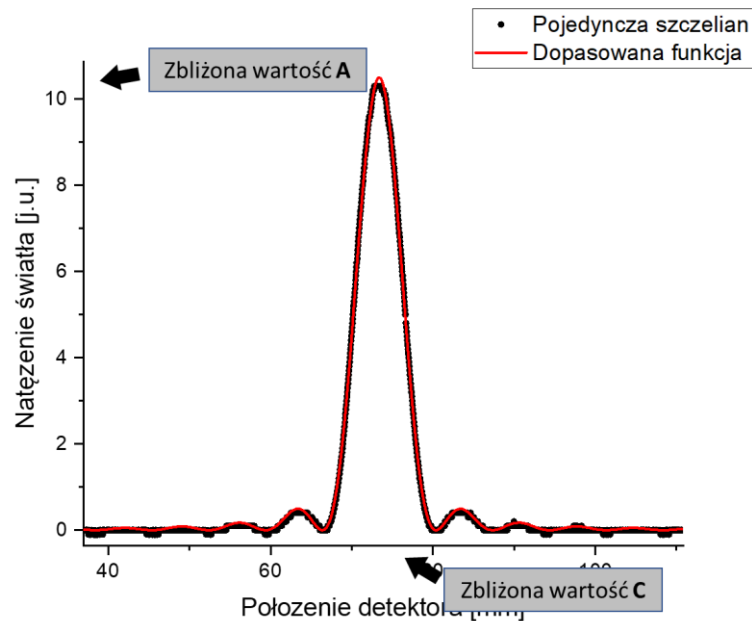
W pierwszej części ćwiczenia należało przeprowadzić pomiary dyfrakcji na pojedynczych szczelinach o podanych szerokościach: $a=0.04$ mm i $a=0.08$ mm. W trakcie ćwiczenia realizowany jest pomiar natężenia światła lasera w zależności od położenia detektora. Uzyskane dane należy wyrysować korzystając z programu *Origin* w celu samodzielnego sprawdzenia prawdziwej szerokości pojedynczej szczeliny dwiema metodami:

1) Przeprowadzenie procedury dopasowania funkcji przedstawionej w części teoretycznej.

W tym celu trzeba zdefiniować w *Originie* nową funkcję, w postaci:

$$y=A*(\text{Sin}(B*(x-C)) / (B*(x-C)))^2$$

Aby poprawnie przeprowadzić procedury dopasowania tak skomplikowanego wyrażenia konieczne jest zdefiniowanie zakresów parametrów **A**, **B** oraz **C**. Parametr **A** odpowiada maksymalnemu rejestrowanemu natężeniu światła i jego wartość powinna być zbliżona do maksymalnej wartości zarejestrowanych danych, natomiast parametr **C** odpowiada przesunięciu funkcji na osi x.



Przybliżoną wartość parametru **B** należy wyliczyć zgodnie ze wzorem:

$$B = \frac{\pi a}{\lambda D}$$

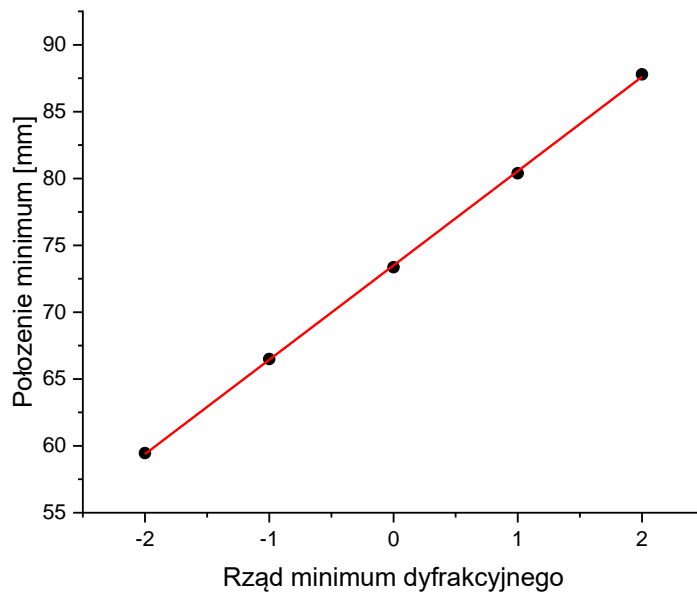
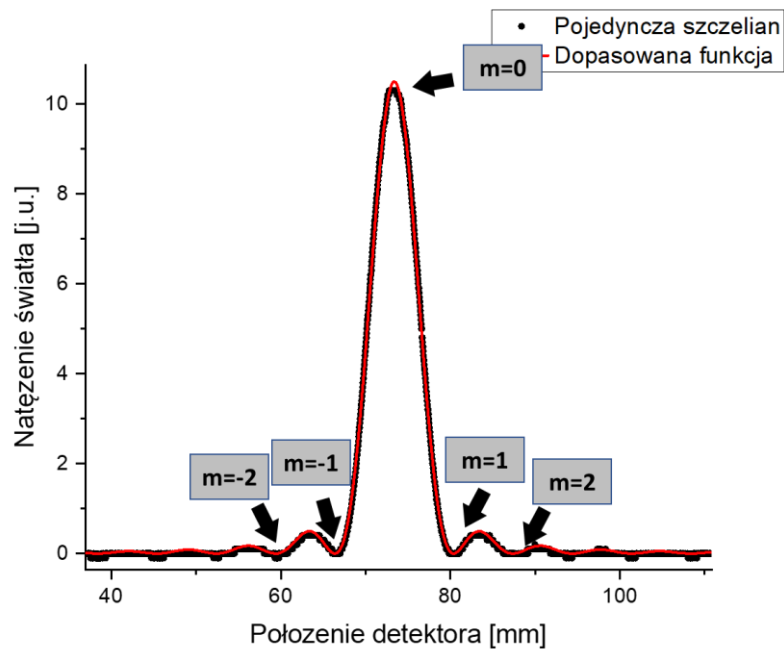
Przy czym za **a** należy podstawić rozmiar szczeliny podany przez producenta (widoczne na elemencie układu doświadczalnego).

2) Wykonanie regresji liniowej zależności położenia minimów dyfrakcyjnych oraz numerów ich rzędów.

Korzystając z faktu, że kolejne minima dyfrakcyjne odpowiadają różnicy dróg optycznych równych wielokrotności długości fali λ można napisać:

$$y = \frac{\lambda D}{a} m$$

W celu wyznaczenia szerokości szczeliny metodą regresji liniowej należy sprawdzić zależność położenia minimów dyfrakcyjnych od ich rzędu, a z uzyskanego współczynnika nachylenia dopasowanej prostej wyliczyć szerokość szczeliny.



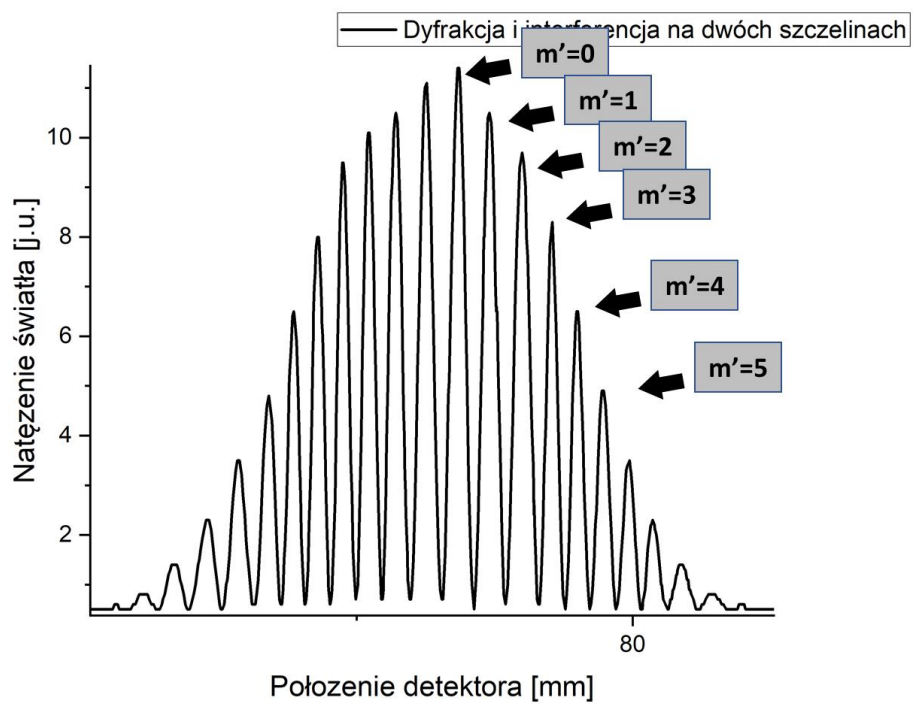
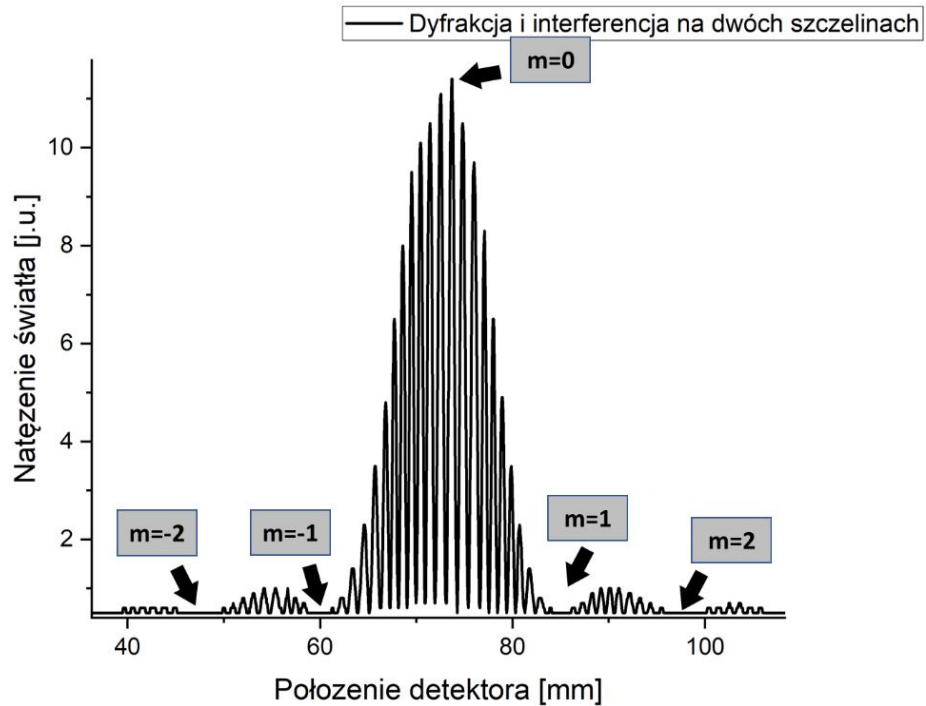
Uwaga! W obu metodach konieczna jest znajomość długości fali światła λ oraz odległość między szczeliną a detektorem D . Należy je zanotować podczas wykonywania ćwiczenia.

2. Dyfrakcja i interferencja na dwóch szczelinach

Celem tej części ćwiczenia jest sprawdzenie odległości d między parami szczelin oraz ich szerokości a . W tym celu, podobnie jak dla pojedynczej szczeliny należy skorzystać z liniowej zależności między minimami dyfrakcyjnymi oraz ich rzędami, a także między maksimami interferencyjnymi i ich numerami.

$$y_{dyf} = \frac{\lambda D}{a} m$$

$$y_{int} = \frac{\lambda D}{d} m'$$



Jak wcześniej dla pojedynczej szczeliny należy z uzyskanego współczynnika nachylenia wyliczyć odpowiednio szerokość oraz odległość między szczelinami.

3. Dyfrakcja i interferencja na wielu szczelinach

W ostatniej części ćwiczenia należy jedynie zaobserwować zmiany w szerokości oraz natężeniu głównych maksimów interferencyjnych, a także w liczbie maksimów pobocznych.

Jako dodatkowe ćwiczenia proszę zwrócić uwagę na obwiednię dyfrakcyjną zarejestrowanego rozkładu natężenia dla wszystkich kompletów szczelin. Po znormalizowaniu danych (zmianie zakresu na osi 'y' od 0 do 1) proszę porównać rozkład dla wybranych kompletów szczelin ze wzorem dyfrakcyjnym pojedynczych szczelin o szerokościach **$a=0.04\text{ mm}$** oraz **$a=0.08\text{ mm}$** .