

I Pracownia Fizyczna

CHEMIA C

poniedziałek, 12:00-14:45

Prowadzący & kalendarz

dr hab. Joanna Raczkowska – tutor

joanna.raczkowska@uj.edu.pl

dr Mateusz Wróbel

mgr Szymon Parzych

mgr Anna Cieślik

Janusz Konarski

Andrzej Barecki

lp.	data		ćwiczenia
1.	26 II	Zebranie organizacyjne	0
2.	4 III		1
3.	11 III		2
4.	18 III		3
5.	25 III		4
	1 IV	Wielkanoc	
6.	8 IV		5
7.	15 IV		6
8.	22 IV	Pracownia buforowa	7
9.	29 IV	Pracownia buforowa	8
10.	6 V		
11.	13 V		
12.	20 V		
13.	27 V	Ostateczny termin zaliczenia sprawozdań	
14.	3 VI		
15.	10 VI		
16.	17 VI	Sesja egzaminacyjna	

Przed pierwszymi zajęciami – obowiązkowa ankieta, z potwierdzeniem zapoznania się z regułami obowiązującymi na IPF:

- Regulamin BHP
- Regulamin IPF UJ
- Wymagania etyczno-moralne

Wszystkie informacje – strona IPF

I Pracownia Fizyczna

BHP
regulamin IPF

UNIWERSYTET JAGIELLOŃSKI W KRAKOWIE

INFORMACJE ORGANIZACYJNE ▾ TABLICA OGŁOSZEŃ ▾ MATERIAŁY DO ĆWICZEŃ ▾ DLA SZKÓŁ ▾



I PRACOWNIA FIZYCZNA

I PRACOWNIA FIZYCZNA

Zobacz również

- [Uniwersytet Jagielloński](#)
- [Wydział Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej](#)
- [Instytut Fizyki UJ](#)
- [USOSweb](#)
- [Pracownicy IPF](#)
- [Asystenci IPF](#)
- [Ogród doświadczeń](#)
- [Muzeum Inżynierii Miejskiej](#)
- [Małopolski Komitet Oregowy Olimpiady Fizycznej](#)

OGŁOSZENIA BIEŻĄCE. UWAGA, WAŻNE INFORMACJE!

WIĘCEJ

SPIS ĆWICZEŃ

WIĘCEJ

MATERIAŁY DLA GRUP ĆWICZENIOWYCH - SEMESTR ZIMOWY 2021/2022

WIĘCEJ

CZĘSTO ZADAWANE PYTANIA

WIĘCEJ

BIOCHEMIA >

BIOFIZYKA >

BIOTECHNOLOGIA >

CHEMIA A >

CHEMIA B >

FIZYKA A >

FIZYKA B >

FIZYKA DLA FIRM >

CHEMIA A - dr hab. Joanna Raczkowska prof. UJ

Proszę uważnie czytać wszystkie wiadomości e-mail i komunikaty na stronie Pracowni.

[Spotkanie organizacyjne - pdf.](#)

Przydział ćwiczeń dla **asystentów** w semestrze letnim 2022/2023r.

Przydział ćwiczeń dla **studentów** CHEMII grupa **A** w semestrze letnim 2022/2023r.

Aktualizacja na dzień:

Lista wykonywanych ćwiczeń:

[C-1 Cechowanie termopary i termistora.](#)

[C-4 Wyznaczanie ciepła topnienia lodu.](#)

[E-3 Temperaturowa zależność oporu przewodników.](#)

[M-16 Pomiar współczynnika lepkości cieczy metodą Stokesa.](#)

[M-21 Badanie drgań wahadeł sprzężonych.](#)

[O-2 Wyznaczanie ogniskowej oraz badanie wad soczewek przy użyciu ławy optycznej.](#)

[O-7 Badanie skrzywienia płaszczyzny polaryzacji światła w wodnych roztworach sacharozy za pomocą polarymetru Laurent'a.](#)

[O-10 Badanie widm emisyjnych za pomocą spektroskopu pryzmatycznego.](#)



FACEBOOK

Przebieg ćwiczenia

Do Pracowni należy przyjść punktualnie. Kurtki i duże torby należy zostawić w szatni.

Należy posiadać:

- zeszyt laboratoryjny,
- plan pracy na piśmie.

Dopuszczenie do wykonywania ćwiczenia na podstawie (pisemnego) kolokwium (10-15 min.)

Przygotowanie stanowiska do wykonania pomiarów, w tym wypożyczenie wyposażenia dodatkowego np. suwmiarka, stoper, mierniki uniwersalne...

**urządzenia elektryczne i zbudowane własnoręcznie obwody elektryczne
student włącza do sieci tylko w obecności i za zgodą asystenta**

Przystąpienie do wykonania pomiarów.

Wyniki pomiarów należy zapisywać w zeszycie laboratoryjnym.

Opuszczenie terenu Pracowni w czasie trwania zajęć jest dozwolone tylko za zgodą asystenta

Po zakończeniu pomiarów należy:

- oddać wypożyczone przyrządy,
- uporządkować stanowisko pracy,
- **uzyskać podpis asystenta pod protokołem pomiarowym.**

Sprawozdanie

Sprawozdanie powinno zawierać:

- Część teoretyczną prezentującą w zwięzły sposób wszystkie zagadnienia teoretyczne niezbędne do wykonania ćwiczenia, w szczególności wzory, które będą wykorzystywane do analizy uzyskanych danych
- Cel ćwiczenia
- Opis metody pomiarowej
- Zestawienie oryginalnych danych uzyskanych podczas wykonywania ćwiczenia (**+ kopia zeszytu laboratoryjnego – OBOWIĄZKOWO!**)
- Wszystkie etapy opracowania danych oraz ilościowej analizy niepewności pomiarowych, przedstawione w sposób czytelny
- Podsumowanie i dyskusję uzyskanych wyników, w tym ich porównanie z przewidywaniami lub danymi literaturowymi
- Spis literatury

PLAGIAT

Żadna część sprawozdania nie może być kopią dostępnych dokumentów (publikacje, książki, Internet); Jeśli pojawi się absolutna konieczność skopiowania np. grafiki, należy obowiązkowo podać pełny odnośnik do źródła.

Zaliczenia

Zaliczenie ćwiczenia:

- Wykonanie ćwiczenia
- Oddanie sprawozdania – w formacie pdf (*Nazwisko_symbol.pdf*), na adres asystenta prowadzącego ćwiczenie, w ciągu **tygodnia** od jego wykonania
- Max. 2 spóźnienia (każde – 0.5 oceny)
- 3 spóźnienie – brak zaliczenia ćwiczenia (ocena 0.0)
- Poprawa zgodnie z uwagami asystenta (w razie kłopotów – konsultacje) w ciągu tygodnia
- W przypadku nie oddania poprawy po 2 tygodniach asystent wpisuje ocenę na podstawie wersji pierwotnej sprawozdania (nawet jeśli jest to 2.0)
- Ocena za ćwiczenie uwzględnia kolokwium, pracę laboratoryjną oraz sprawozdanie.

Zaliczenie IPF:

- Średnia arytmetyczna wszystkich ocen (z uwzględnieniem spóźnień);
- Aby zaliczyć IPF średnia musi być wyższa niż 3.0!

Podstawy analizy niepewności pomiarowych (I Pracownia Fizyki)

Autor: dr hab. Piotr Cyganik

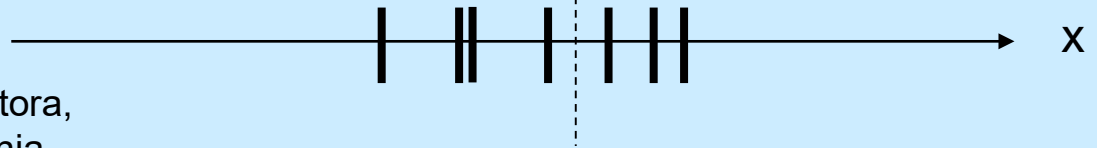
Co to jest błąd pomiarowy?

wynik pomiaru wartość prawdziwa

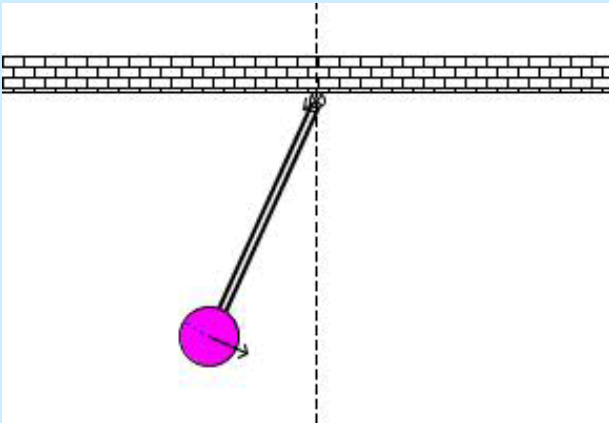
$$\text{Błąd pomiarowy} = x_i - x_0$$

a) błąd przypadkowy

nie skorelowane błędy eksperymentatora,
szумы układu pomiarowego, zakłócenia



Przykład: Pomiar okresu drgań wahadła za pomocą stopera



Dokładność pomiaru stopera
0.01 s

Czas reakcji człowieka
~0.2 s

(ma charakter przypadkowy)

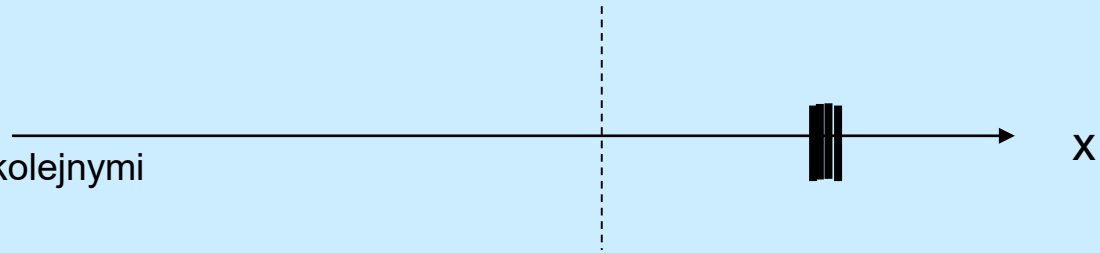
Co to jest błąd pomiarowy?

wynik pomiaru wartość prawdziwa

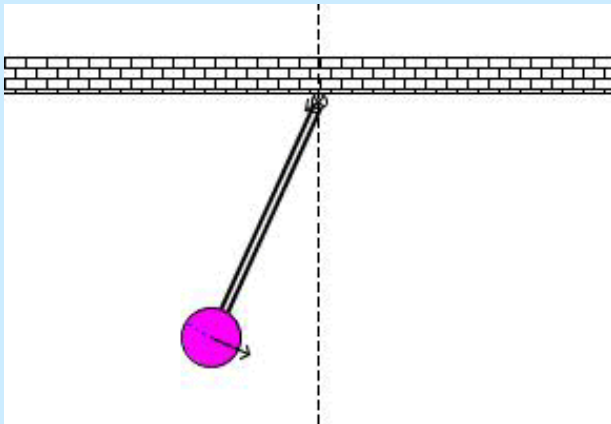
$$\text{Błąd pomiarowy} = x_i - x_0$$

b) błąd systematyczny

Systematyczna różnica pomiędzy kolejnymi pomiarami a wartością prawdziwą



Przykład: Pomiar okresu drgań wahadła za pomocą sekundnika



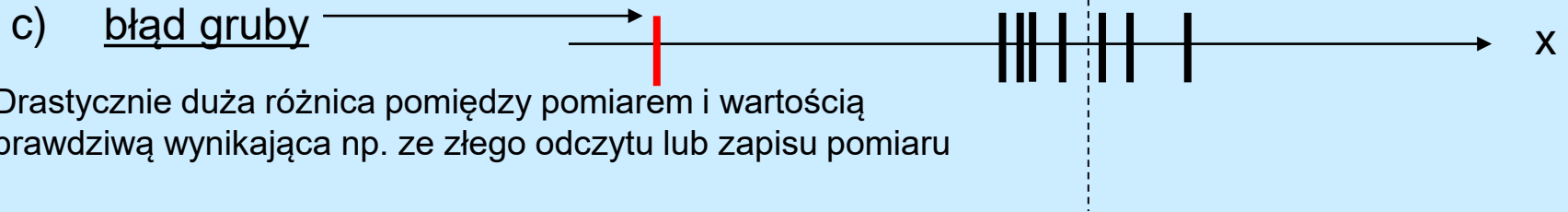
Dokładność pomiaru sekundnika
1 s
(mała dokładność podziałki czasu
da wyraźne i systematyczne przesunięcie
wyniku w stosunku do wartości prawdziwej)

Czas reakcji człowieka
~0.2 s

Co to jest błąd pomiarowy?

wynik pomiaru wartość prawdziwa

$$\text{Błąd pomiarowy} = x_i - x_0$$



Przykład: Pomiar czasu za pomocą stopera



Odczyt 239 s. zamiast 2 min. 39 s.

Co to jest niepewność pomiaru ?

„Wyrażanie Niepewności Pomiaru. Przewodnik”. Warszawa, Główny Urząd Miar 1999.

Niepewność pomiaru jest związanym z rezultatem pomiaru parametrem, charakteryzującym rozrzut wyników, który można w uzasadniony sposób przypisać wartości mierzonej.

Mamy dwa generalne podejścia do oceny niepewności pomiarowych

TYP A

Podejście statystyczne

statystyczna analiza danych pomiarowych stosujemy do błędów przypadkowych i odpowiednio dużej liczby pomiarów

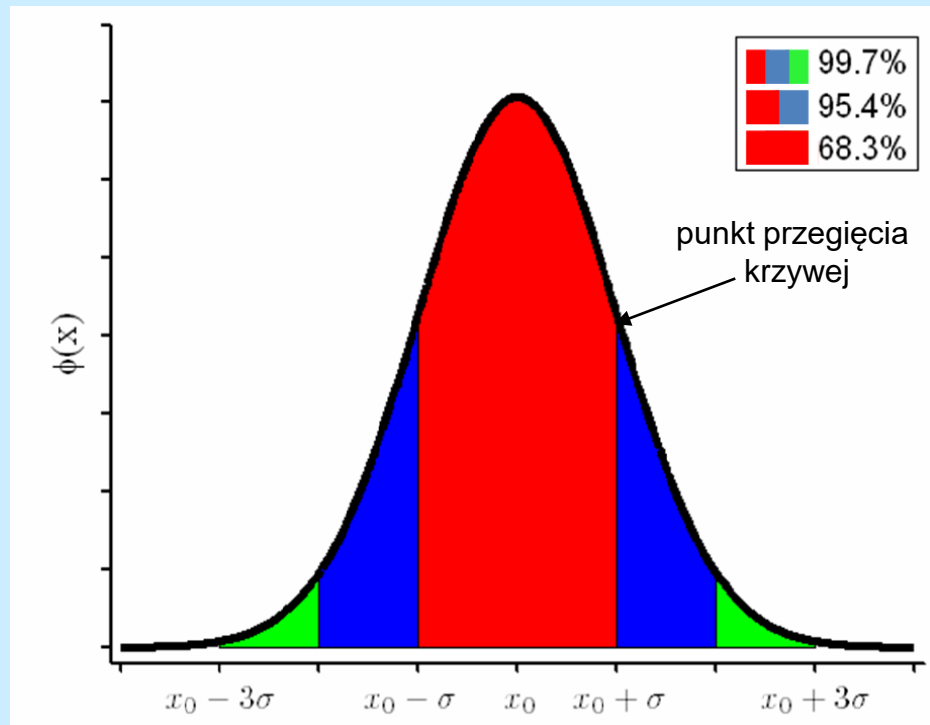
TYP B

Podejście deterministyczne

w przypadku braku możliwości statystycznej analizy danych wykonujemy pewne oszacowanie - stosujemy do błędów systematycznych i pojedynczych pomiarów

Typ A: Statystyczna analiza danych pomiarowych

Niepewności przypadkowe opisane są rozkładem prawdopodobieństwa typu Gaussa (normalnym).



$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right)$$

to jest rozkład w postaci unormowanej

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x) dx = 1$$

x – wartość mierzona

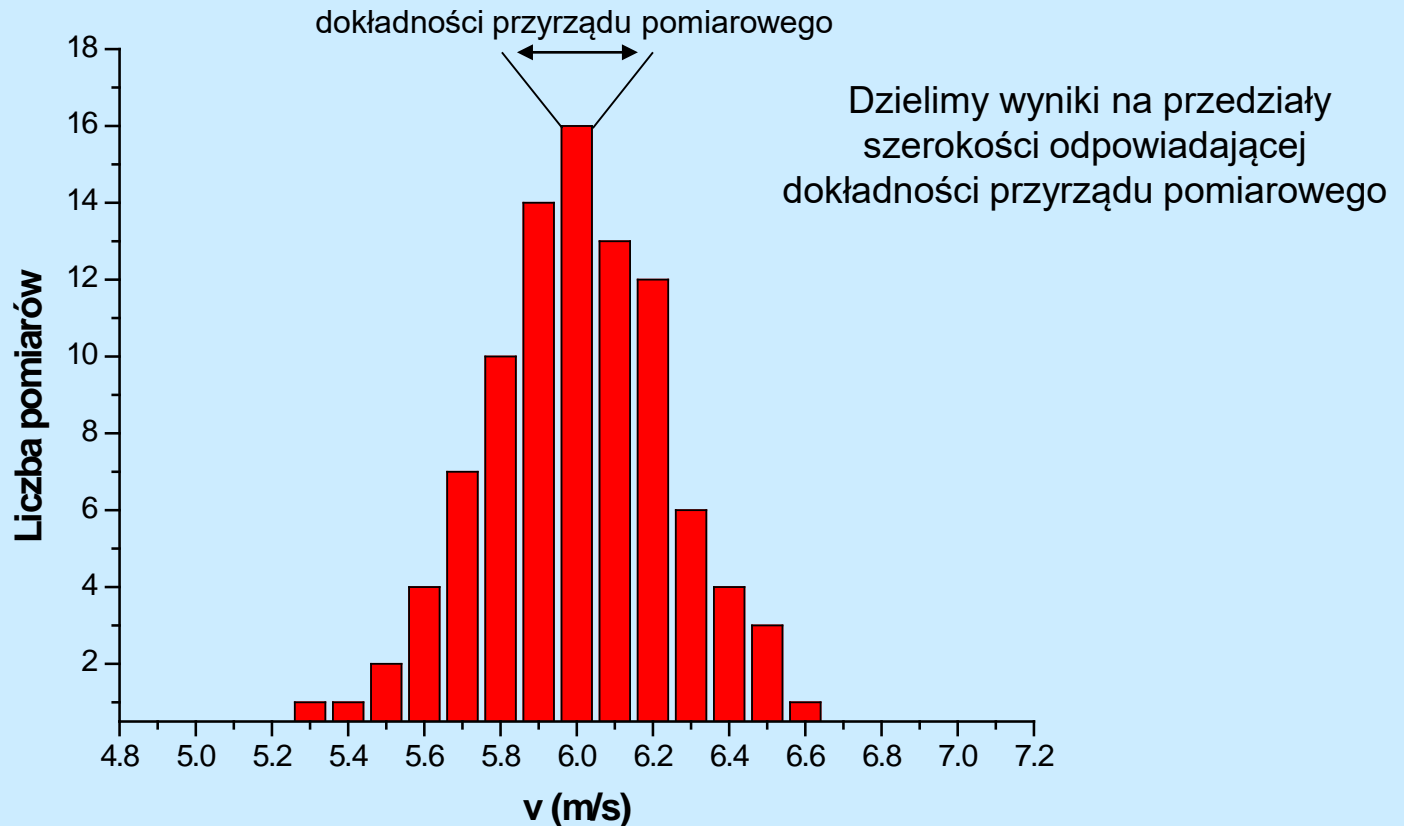
x_0 – wartość oczekiwana

σ – odchylenie standardowe
(miara niepewności pojedynczego pomiaru)

Ponieważ w praktyce laboratoryjnej wykonujemy zawsze skończoną liczbę pomiarów to parametry rozkładu Gaussa możemy jedynie estymować !

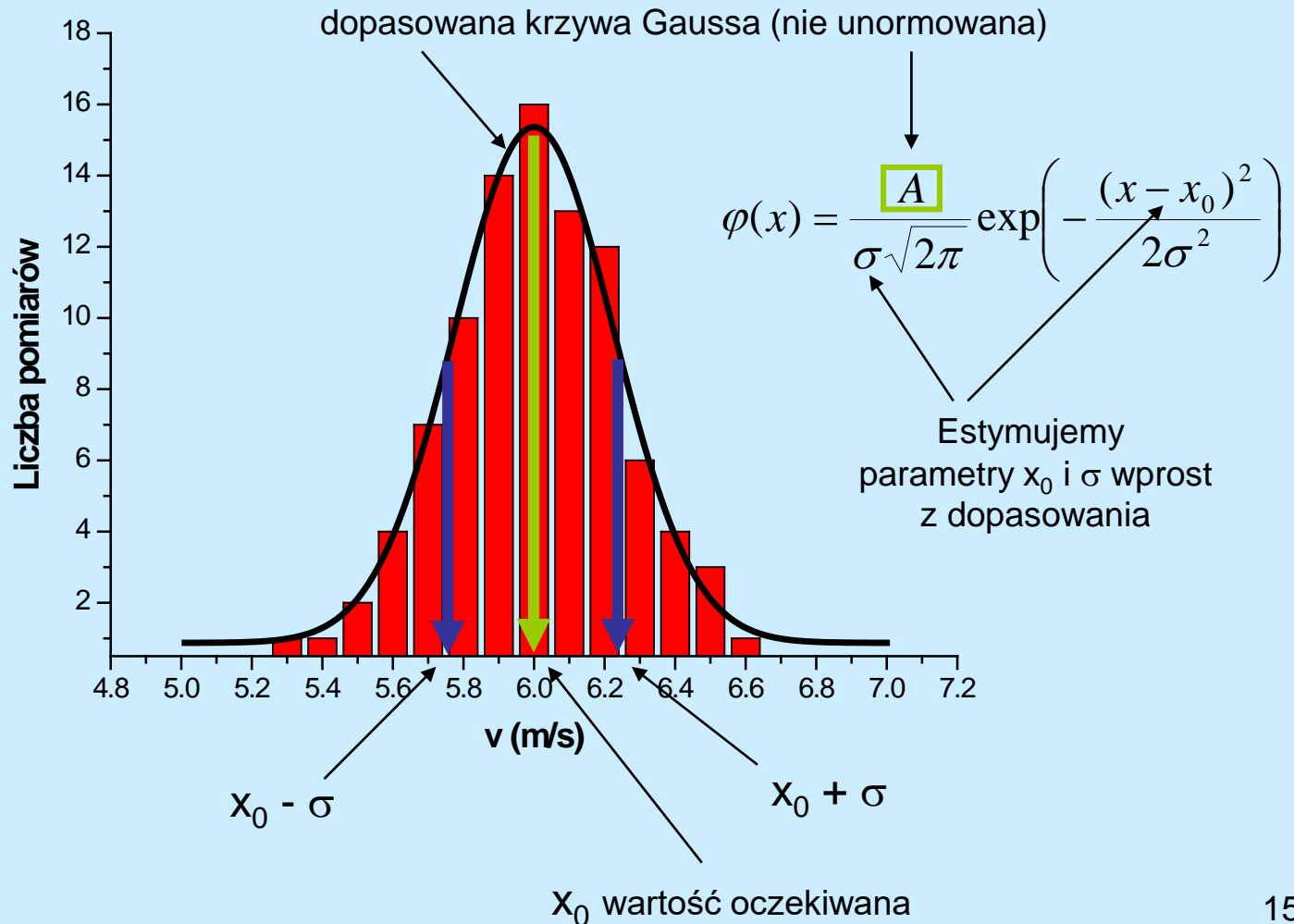
Typ A: Statystyczna analiza danych pomiarowych

Przykład: analiza 94 wyników (duża statystyka!) pomiaru prędkości rowerzysty w postaci histogramu



Typ A: Statystyczna analiza danych pomiarowych

Przykład: analiza 94 wyników (duża statystyka!) pomiaru prędkości rowerzysty w postaci histogramu



Typ A: Statystyczna analiza danych pomiarowych

Dla mniejszych statystyk (np. 10-30 pomiarów) nie jesteśmy w stanie dopasować rozkładu Gaussa i uzyskać w ten sposób oszacowanie parametrów x_0 i σ .

Możemy jednak zawsze posłużyć się następującymi przybliżeniami tych wartości:

Estymatorem wielkości oczekiwanej x_0 jest średnia arytmetyczna:

$$x_0 \longrightarrow \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Miarą niepewności pojedynczego pomiaru jest jego odchylenie od wartości średniej (estymator odchylenia standardowego):

$$\sigma \longrightarrow S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Typ A: Statystyczna analiza danych pomiarowych

Estymatorem niepewności wyniku pomiaru jest odchylenie standardowe średniej arytmetycznej:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \qquad S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}}$$

wielkość $S_{\bar{x}}$ można zmniejszać zwiększając liczbę pomiarów !!!

Tak obliczoną niepewność interpretujemy następująco: wykonując kolejną serie n pomiarów i obliczając średnią wartość wielkości x , możemy tę wartość znaleźć w przedziale

$$\langle \bar{x} - S_{\bar{x}}, \bar{x} + S_{\bar{x}} \rangle \text{ z prawdopodobieństwem } 0.683.$$

Interpretacja taka jest równoznaczna ze stwierdzeniem, że wartość rzeczywista mierzonej wielkości x mieści się w tym przedziale z prawdopodobieństwem 0.683.

Typ A: Statystyczna analiza danych pomiarowych

Dla bardzo małych serii pomiarowych ≤ 10 odchylenie standardowe średniej arytmetycznej daje zaniżoną wartość niepewności wyniku:

$$S_{\bar{x}} \rightarrow t_{n,\alpha} S_{\bar{x}}$$

$t_{n,\alpha}$ - współczynnik Studenta

n - liczba pomiarów

α - poziom ufności
prawdopodobieństwo z jakim
wyznaczony przedział

$$\left\langle \bar{x} - t_{n,\alpha} S_{\bar{x}}, \bar{x} + t_{n,\alpha} S_{\bar{x}} \right\rangle$$

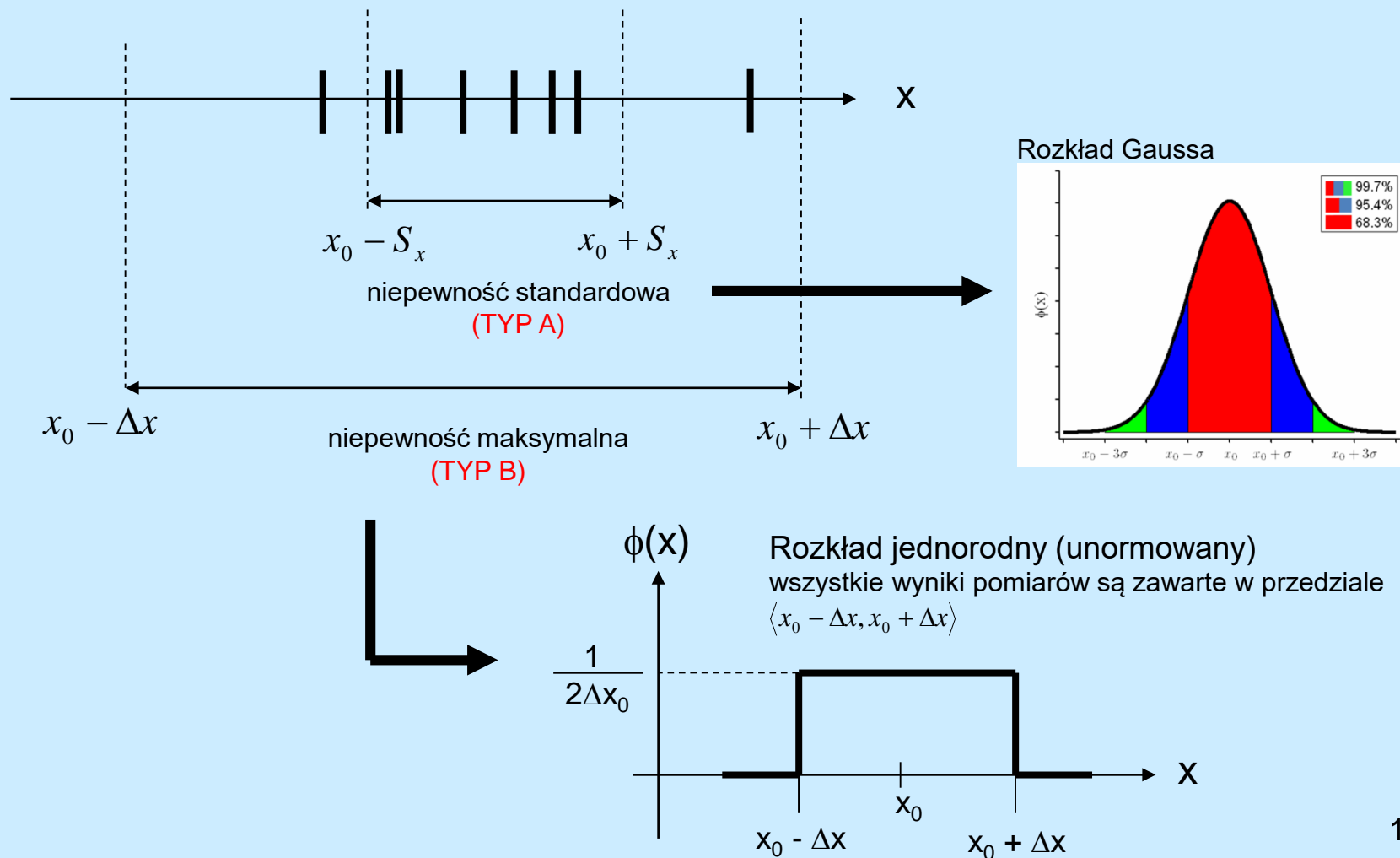
zawiera wartość rzeczywistą mierzonej wielkości

Ten poziom ufności stosujemy
w analizie pomiarów I prac.

n	$\alpha=0.68$	$\alpha=0.95$	$\alpha=0.99$
2	1.837	12.706	63.657
3	1.321	4.303	9.926
4	1.197	3.182	5.841
5	1.141	2.776	4.604
6	1.11	2.58	4.032
7	1.09	2.447	3.707
8	1.077	2.365	3.5
9	1.066	2.306	3.355
10	1.059	2.252	3.25

Typ B: Brak możliwości statystycznej analizy danych

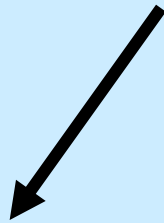
Dla błędów systematycznych lub pojedynczych pomiarów możemy stosować niepewność maksymalną (nazywaną także graniczną)



Całkowita niepewność pomiarowa (Typ A + Typ B)

Całkowita niepewność pomiarowa zawiera zarówno niepewności przypadkowe jak i niepewności systematyczne.

Mamy dwa możliwe podejścia:



Włączenie niepewności maksymalnej do analizy statystycznej

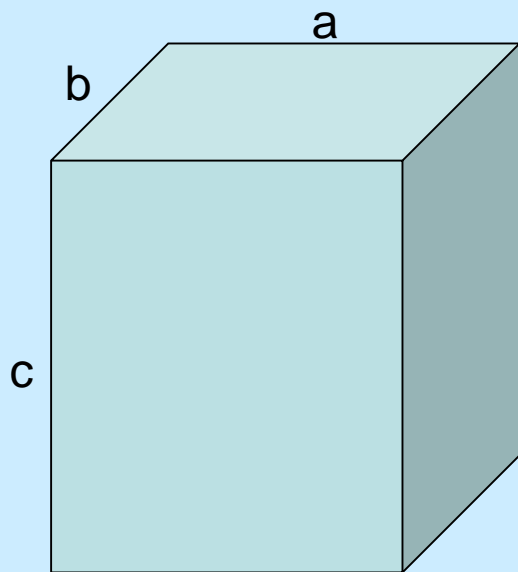
$$\bar{S}_x = \sqrt{S_x^2 + \frac{1}{3}(\Delta x)^2}$$



Włączenie niepewności standardowej do analizy deterministycznej

$$\Delta x_{MAX} = \Delta x + 3S_x$$

Pomiar bezpośredni i pośredni



Prosty przykład:

Obiekt pomiaru – prostopadłościan (a, b, c)

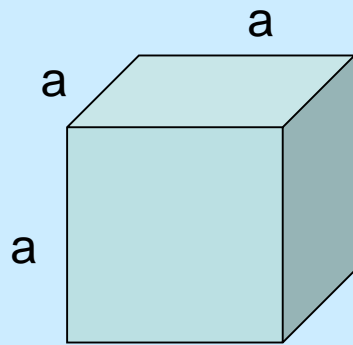
Pomiar bezpośredni:
pomiar wysokości (c)
prostopadłościanu

Pomiar pośredni:
pomiar objętości
prostopadłościanu
 $V = abc$

Niepewność w pomiarach pośrednich – propagacja błędów statystycznych.

Prosty przykład:

Jaki jest błąd pomiaru objętości V sześcianu jeśli ustaliliśmy, że błąd pomiaru długości $a = \bar{x}$ wynosi Δx ?



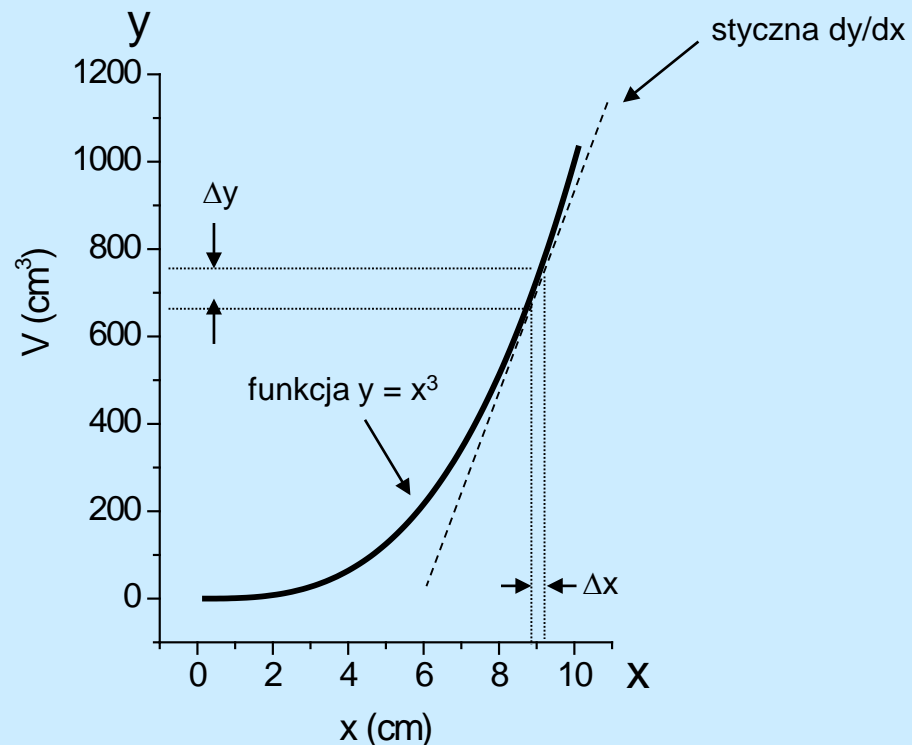
$$a \rightarrow \bar{x}$$

$$V \rightarrow \bar{y}$$

$$y = f(x) = x^3$$

$$V = \bar{y} = f(\bar{x}) = \bar{x}^3$$

$$\Delta y = \left| \frac{dy}{dx} \right| \Delta x$$



Niepewność w pomiarach pośrednich – propagacja błędów statystycznych.

Ogólna postać niepewności dla funkcji wielu zmiennych

TYP B

Podejście deterministyczne

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\bar{y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$$

$$\Delta y = \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 \right| + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n \right|$$

TYP A

Podejście statystyczne

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\bar{y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$$

$$S_{\bar{y}} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} S_{\bar{x}_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} S_{\bar{x}_2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} S_{\bar{x}_n} \right)^2}$$

Zapis niepewności

- Podaje się tylko **dwie cyfry znaczące** estymatora niepewności . Liczymy co najmniej trzy i zaokrąglamy zawsze do góry.
- Wynik pomiaru obliczamy o co najmniej jedno miejsce dziesiętne dalej niż miejsce dziesiętne, na którym zaokrąglono błąd, a następnie zaokrąglamy wg. normalnych reguł do tego samego miejsca dziesiętne, do którego zaokrąglono błąd.

Notatki

$$\bar{g} = 9.8145467 \frac{m}{s^2} \quad S_{\bar{g}} = 0.21434 \frac{m}{s^2}$$

Sprawozdanie

$$\bar{g} = 9.81 \frac{m}{s^2} \quad S_{\bar{g}} = 0.22 \frac{m}{s^2}$$

Zapis
nieprawidłowy

~~$$\bar{g} = 9.814 \frac{m}{s^2} \quad S_{\bar{g}} = 0.22 \frac{m}{s^2}$$~~

~~$$\bar{g} = 9.81 \frac{m}{s^2} \quad S_{\bar{g}} = 0.214 \frac{m}{s^2}$$~~

Niepewność bezwzględna, względna i procentowa ?

$$x \pm \Delta x$$

niepewność bezwzględna

$$\frac{\Delta x}{|x|}$$

niepewność względna

$$\frac{\Delta x}{|x|} \cdot 100\%$$

niepewność procentowa

Porównywanie wyników

1) porównanie z wielkością tablicową

warunek zgodności $|\bar{x} - x_{tab}| < kS_{\bar{x}}$

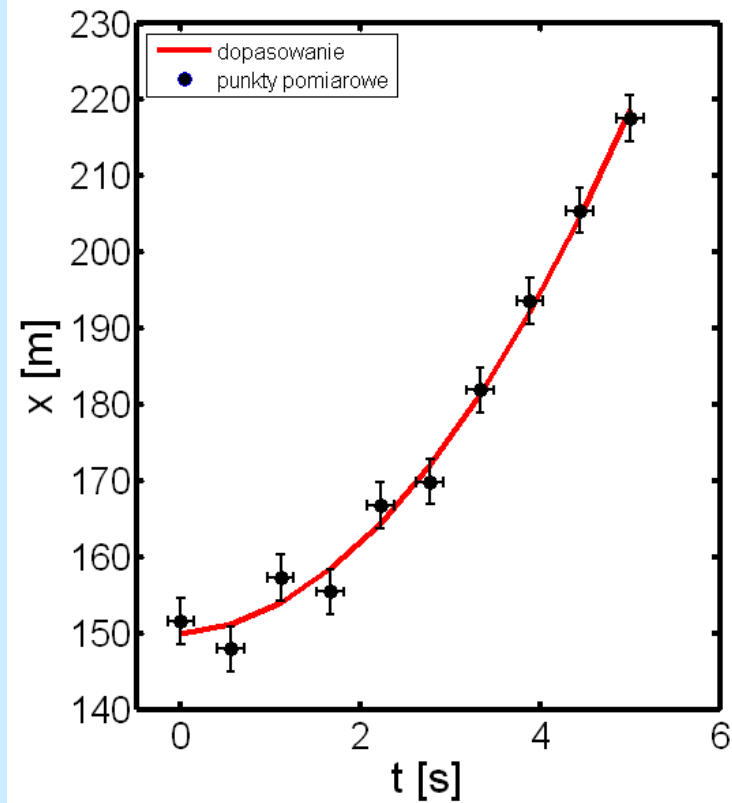
gdzie $k = 2$ wg. ISO

2) porównanie dwóch zmierzonych wielkości

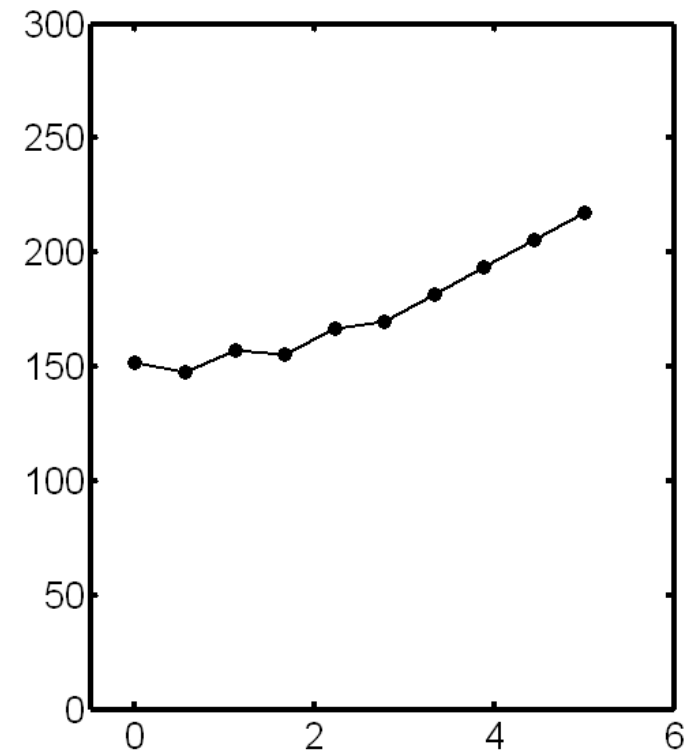
warunek zgodności $|\bar{x}_A - \bar{x}_B| < k\sqrt{S_{\bar{x}_A}^2 + S_{\bar{x}_B}^2}$

Rysowanie wykresów

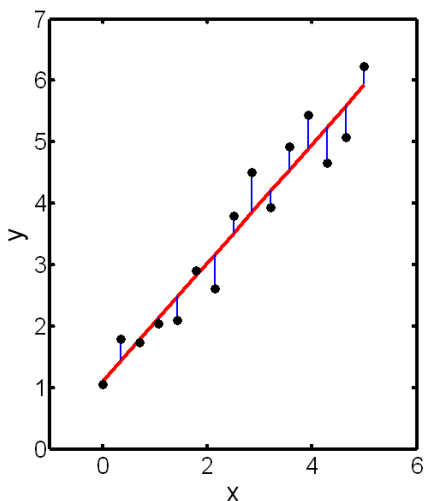
Poprawnie



Błędnie



Regresja liniowa – dopasowywanie prostej do zbioru punktów doświadczalnych



Problem:

poprowadzenie prostej $y = a \cdot x + b$ jak najlepiej dopasowanej do zbioru punktów doświadczalnych $(y_1x_1, y_2x_2, \dots, y_nx_n)$ i znalezienie parametrów a i b oraz ich niepewności (S_a i S_b).

Metoda analityczna:

Metoda najmniejszych kwadratów polegająca na takim doborze parametrów a i b aby zminimalizować sumę kwadratu różnicy pomiędzy odciętą punktu pomiarowego i odpowiadającym mu punktem dopasowywanej prostej.

$$\sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i + b)]^2 = \min$$



$$\bar{a} = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{C} \quad S_a = \sqrt{\frac{n \sum_{i=1}^n y_i^2 - \bar{a} \sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{b} \sum_{i=1}^n y_i}{n-2} \cdot \frac{1}{C}}$$

$$\bar{b} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - \bar{a} \sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad S_b = S_a \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}}$$

gdzie

$$C = n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \quad D = n \sum_{i=1}^n y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2$$

Współczynnik korelacji

$$r = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{\sqrt{CD}}$$

$$|r| \leq 1$$

im r bliższe 1 tym
lepsze dopasowanie !

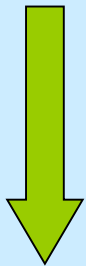
Liczmy używając
odpowiedniego
oprogramowania

Regresja liniowa – linearyzacja nieliniowych zależności funkcyjnych.

Przykład:

Zmiana napięcia w czasie w trakcie rozładowywania kondensatora

$$U(t) = U_0 \exp(-t/\tau)$$

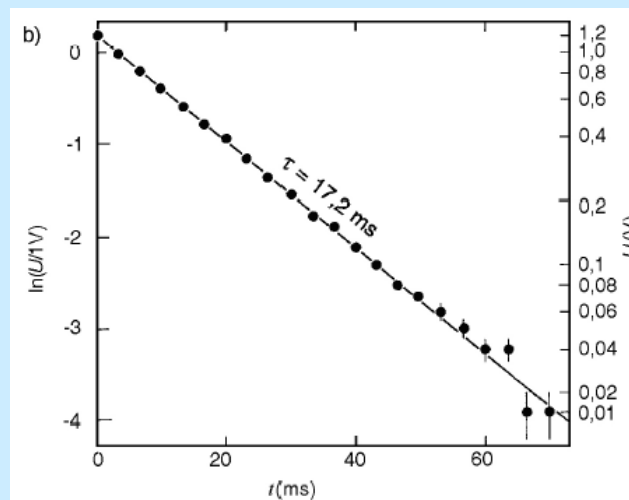
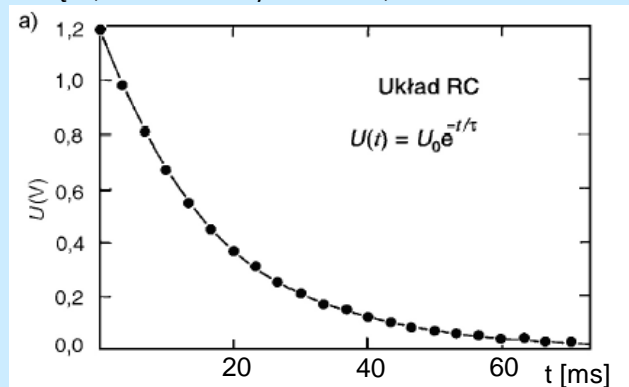


$$\ln(U) = \ln U_0 - t/\tau$$

↓ ↓ ↓

$$y = b + a \cdot x$$

A.Zięba, Pracownia Fizyczna WFiTJ, 2002



Kilka praktycznych uwag - podsumowanie:

1. Przed przystąpieniem do analizy błędów proszę zastanowić się jakiego rodzaju błędy mają kluczowe znaczenie statystyczne (szумы, czas i sposób reakcji eksperymentatora) czy systematyczne (dokładność przyrządu pomiarowego). Proszę porównać ich wielkość.
2. W znakomitej większości przypadków pomiary na I Pracowni opierają się na zaledwie kilkukrotnym pomiarze danej wielkości dlatego konieczne jest wykorzystanie wsp. Studenta (poziom ufności 0.95) lub oszacowanie błędu maksymalnego (w zależności od charakteru błędu – patrz punkt 1).
3. Uzyskany wynik pomiaru należy sprawdzić poprzez 1) sprawdzenie zgodności jednostek 2) porównanie z jakimś odniesieniem literaturowym
4. Uzyskaną wartość niepewności wyniku należy koniecznie przedstawić jako niepewność względną tak aby uniknąć „genialnych” wniosków w postaci:
pojemność $C = 100 \mu\text{F} \pm 10\text{mF}$ gdzie względna niepewność jest = 10000% wielkości mierzonej
5. Wykresy związane z opracowaniem danych pomiarowych można dokonywać tylko przy użyciu komputera (np. w programie Origin).
6. Sprawozdania powinny być przygotowywane w edytorze tekstu – ma to dwie praktyczne zalety: 1) Ułatwia poprawę i dyskusję z prowadzącym ćwiczenie 2) Umożliwia nauczanie się płynnego korzystania z edytora – niezbędne w przyszłej pracy niezależnie od wybranego zawodu.

- 1) **I Pracownia fizyczna , red. A. Magiera, OWI Kraków 2006**
- 2) H. Szydłowski, Pracownia fizyczna, PWN Warszawa 1999
- 3) A. Zięba, Postępy Fizyki, tom 52, zeszyt 5, 2001, str.238-247