0.1 Badanie ruchu precesyjnego żyroskopu (M8$*$)

Celem ćwiczenia jest: zbadanie zależności okresu precesji żyroskopu od okresu obrotu tarczy żyroskopu, zbadanie wpływu masy ciężarka na precesję oraz wyznaczenie momentu bezwładności tarczy.

Zagadnienia do przygotowania:

– *bryła sztywna i jej moment bezwładności;*

– *równanie ruchu obrotowego bryły sztywnej;*

– *żyroskop (bąk symetryczny) i jego zastosowania;*

– *zjawisko precesji.*

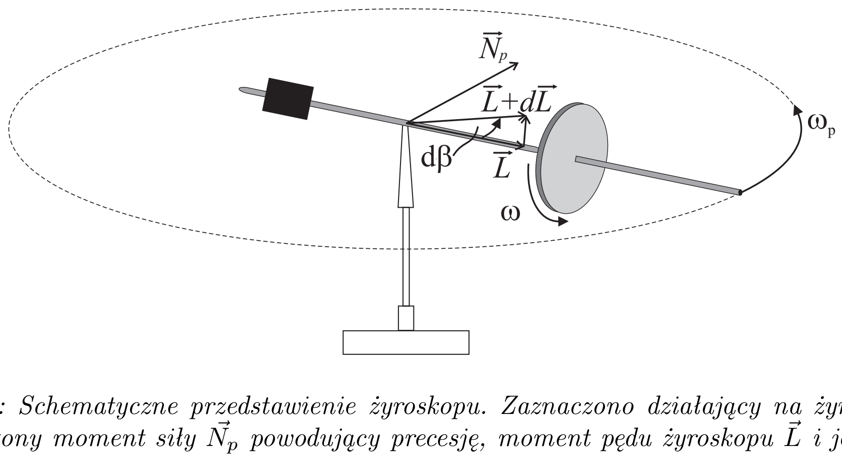
Literatura podstawowa: [2], [5], [6].

0.1.1 Podstawowe pojęcia i definicje

Pojęcie bryły sztywnej, momentu bezwładności oraz dynamika ruchu obrotowego bryły sztywnej zostały omówione w rozdziale 1.6.

Żyroskop

Żyroskop (bąk symetryczny) to bryła sztywna o symetrii obrotowej zawieszona w taki sposób, że jeden z punktów osi symetrii obrotowej zajmuje stałe położenie w przestrzeni (rysunek 0.1.1). Zawieszenie pozwala na wprawienie tej bryły w ruch obrotowy wokół wspomnianej osi. Najczęściej moment bezwładności żyroskopu względem tej osi jest wyraźnie większy od momentów bezwładności względem innych osi głównych.



Rys. 0.1.1: Schematyczne przedstawienie żyroskopu. Zaznaczono działający na żyroskop niezrównoważony moment siły $\vec{N}_p$ powodujący precesję, moment pędu żyroskopu $\vec{L}$ i jego zmianę $d\vec{L}$, oraz kąt β o jaki obraca się wektor momentu pędu w czasie precesji.

Precesja

Jeżeli żyroskop podlega działaniu zewnętrznego momentu siły $\vec{N}$, jego moment pędu $\vec{L}$ zmienia się w czasie zgodnie z równaniem ruchu obrotowego bryły sztywnej

$$\vec{N} = \frac{d\vec{L}}{dt}. \tag{0.1.1}$$

Gdy nie występuje wypadkowy moment siły ($\vec{N} = 0$), to bryła sztywna o momencie bezwładności J obraca się ze stałą prędkością kątową $\vec{\omega}$ i jej moment pędu pozostaje stały

$$\vec{L} = J\vec{\omega} = const. \tag{0.1.2}$$

Moment siły $\vec{N}_p$ prostopadły do wektora $\vec{L}$ nie zmienia wartości momentu pędu, lecz jego kierunek. Jeżeli moment siły $\vec{N}_p$ działa przy tym w sposób ciągły, to w sposób ciągły zmienia się również kierunek wektora momentu pędu $\vec{L}$. Wtedy żyroskop obraca się wokół osi prostopadłej do płaszczyzny wyznaczonej przez wektory $\vec{L}$ i $\vec{N}_p$. Taki obrót żyroskopu pod wpływem zewnętrznego momentu siły nazywamy precesją (rysunek 0.1.1). Zmianę momentu pędu można zapisać skalarnie jako:

$$\frac{dL}{dt} = L\frac{d\beta}{dt} = L\omega_p, \tag{0.1.3}$$

gdzie β jest kątem o jaki obraca się wektor $\vec{L}$, a ω_p jest częstością precesji żyroskopu. Ze wzorów (0.1.1), (0.1.2) i (0.1.3) otrzymujemy:

$$N_p = J\omega_p\omega. \tag{0.1.4}$$

Jeżeli zewnętrzny moment siły działający na żyroskop pochodzi od dodatkowego obciążenia o masie m, którego ramię działania jest równe r, to wartość tego momentu siły wynosi $N_p = mgr$, gdzie g to przyspieszenie ziemskie. Wtedy zapisując odpowiednie częstości za pomocą okresów dostajemy związek, który będzie sprawdzany doświadczalnie:

$$mgr = \frac{J4\pi^2}{TT_p}. \tag{0.1.5}$$

Zauważmy, że wielkościami stałymi we wzorze (0.1.5) są J i g, zmiennymi mogą być natomiast długość ramienia dodatkowego momentu siły wywołanego zawieszeniem masy m w odległości r od punktu podparcia osi żyroskopu. W zestawie żyroskopu, który jest do dyspozycji, ustalona jest również długość ramienia tej siły (stałe miejsce zawieszenia dodatkowej masy). Konsekwentnie, wzór (0.1.5) można przekształcić do postaci

$$mTT_p = \frac{4\pi^2}{rg}J, \tag{0.1.6}$$

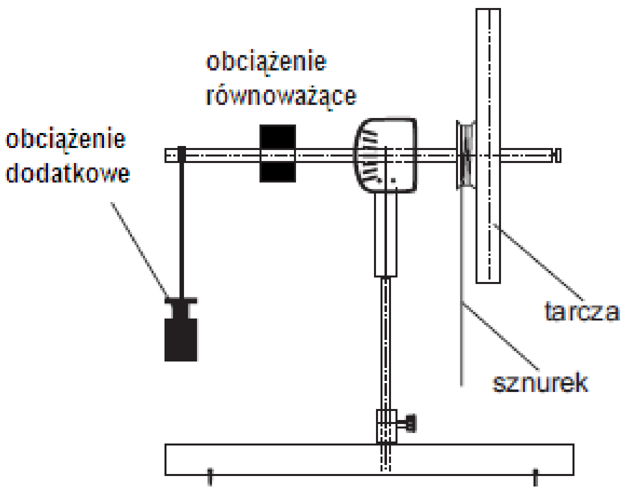
co oznacza, że iloraz $4\pi^2 J/rg$ jest stałą żyroskopu - wartość iloczynu mTT_p powinna być stała w doświadczeniu, bez względu na to jaką masę m zawiesimy i do jakiej prędkości kątowej ω rozpędzimy żyroskop.

0.1.2 Przebieg pomiarów

Układ doświadczalny

Przyrządy: żyroskop, dodatkowe ciężarki, sznurek do rozpędzania tarczy, bramka z fotokomórką (do pomiaru okresu obrotu tarczy T), stoper (do pomiaru okresu precesji T_p), duża suwmiarka lub przymiar.

Schemat żyroskopu używanego w ćwiczeniu pokazany jest na rysunku 0.1.2. Zasadniczą częścią żyroskopu jest ramię zakończone z jednej strony obracającą się tarczą, a z drugiej strony ciężarkiem równoważącym masę tarczy. Dzięki specjalnemu zamocowaniu ramię może się obracać w dowolnej płaszczyźnie przechodzącej przez punkt mocowania. Precesję obracającego się żyroskopu można wywołać mocując dodatkowe obciążenie.



Rys. 0.1.2: Żyroskop używany do pomiaru czasu precesji.

Przebieg doświadczenia

Zrównoważyć masę tarczy żyroskopu masą z blokadą znajdująca się na osi żyroskopu, po drugiej stronie względem punktu podparcia. W celu wyznaczenia zewnętrznego momentu siły zmierzyć r - ramię działania siły. Zmierzyć promień tarczy żyroskopu R i zanotować masę tarczy M_t.

Dla nabrania wprawy w przeprowadzaniu pomiarów wskazane jest przećwiczenie kolejnych czynności:

- Przy zablokowanym ramieniu (osi) żyroskopu nawinąć sznurek na szpulę rozruchową, a następnie rozpędzić tarczę energicznie rozwijając sznurek.
- Zmierzyć okres obrotu tarczy T_1 za pomocą bramki.
- Odblokować ramię żyroskopu.
- Zmierzyć stoperem okres precesji żyroskopu T_p.
- Zablokować ramię żyroskopu i ponownie zmierzyć okres obrotu tarczy T_2. Podwójny pomiar okresu obrotu tarczy ma na celu uwzględnienie utraty prędkości kątowej tarczy wywołanej tarciem. Wygodnie jest mierzyć stoperem połowę okresu precesji, $T_p/2$, kiedy ramię obraca się w zakresie kątów od 90° do 270°.

Wyznaczanie stałej żyroskopu

Masę dodatkowego obciążnika m zmieniać od 10 do 100 gramów z krokiem co 10 g. Dla każdej masy wielokrotnie wykonać pomiary T_1, T_p oraz T_2.

0.1.3 Opracowanie wyników

Dla każdego pomiaru obliczyć średni okres obrotu tarczy $T = (T_1 + T_2)/2$. Dla wszystkich trójek pomiarowych (m, T, T_p) wyznaczyć iloczyn $y = mTT_p$ i jego odchylenie standardowe σ_y. Proszę zauważyć, że najwygodniej obliczyć względne odchylenie standardowe, $|\sigma_y/y|$. Korzystając z wszystkich wyników, sporządzić histogram wyników y. Wyznaczyć estymatę stałej żyroskopu $\bar{y}$ i jej odchylenie standardowe $\sigma_{\bar{y}}$. Ze wzoru (0.1.6) wyznaczyć estymatę momentu bezwładności tarczy żyroskopu $\bar{J}$ oraz jej odchylenie standardowe $\sigma_{\bar{J}}$.

Przyjmując, że tarcza jest krążkiem o promieniu R i masie M_t, obliczyć geometryczny moment bezwładności tarczy J i odchylenie standardowe tego wyniku. Porównać zgodność wyniku geometrycznego z wartością wyznaczoną z badań precesji żyroskopu.